

١٠٩

١٠٨

١٠٧

١٠٦

١٠٥

١٠٤

١٠٣

١٠٢

١٠١

١٠٠

٩٩

٩٨

٩٧

٩٦

٩٥

٩٤

٩٣

٩٢

٩١

٩٠

٨٩

٨٨

٨٧

٨٦

٨٥

٨٤

٨٣

٨٢

٨١

٨٠

٧٩

٧٨

٧٧

٧٦

٧٥

٧٤

٧٣

٧٢

٧١

٧٠

٦٩

٦٨

٦٧

٦٦

٦٥

٦٤

٦٣

٦٢

٦١

٦٠

٥٩

٥٨

٥٧

٥٦

٥٥

٥٤

٥٣

٥٢

٥١

٥٠

٤٩

٤٨

٤٧

٤٦

٤٥

٤٤

٤٣

٤٢

٤١

٤٠

٣٩

٣٨

٣٧

٣٦

٣٥

٣٤

٣٣

٣٢

٣١

٣٠

٢٩

٢٨

٢٧

٢٦

٢٥

٢٤

٢٣

٢٢

٢١

٢٠

١٩

١٨

١٧

١٦

١٥

١٤

١٣

١٢

١١

١٠

٩

٨

٧

٦

٥

٤

٣

٢

١

٠

٩٩

٩٨

٩٧

٩٦

٩٥

٩٤

٩٣

٩٢

٩١

٩٠

٨٩

٨٨

٨٧

٨٦

٨٥

٨٤

٨٣

٨٢

٨١

٨٠

٧٩

٧٨

٧٧

٧٦

٧٥

٧٤

٧٣

٧٢

٧١

٧٠

٦٩

٦٨

٦٧

٦٦

٦٥

٦٤

٦٣

٦٢

٦١

٦٠

٥٩

٥٨

٥٧

٥٦

٥٥

٥٤

٥٣

٥٢

٥١

٥٠

٤٩

٤٨

٤٧

٤٦

٤٥

٤٤

٤٣

٤٢

٤١

٤٠

٣٩

٣٨

٣٧

٣٦

٣٥

٣٤

٣٣

٣٢

٣١

٣٠

٢٩

٢٨

٢٧

٢٦

٢٥

٢٤

٢٣

٢٢

٢١

٢٠

١٩

١٨

١٧

١٦

١٥

١٤

١٣

١٢

١١

١٠

٩

٨

٧

٦

٥

٤

٣

٢

١

٠

٩٩

٩٨

٩٧

٩٦

٩٥

٩٤

٩٣

٩٢

٩١

٩٠

٨٩

٨٨

٨٧

٨٦

٨٥

٨٤

٨٣

٨٢

٨١

٨٠

٧٩

٧٨

٧٧

٧٦

٧٥

٧٤

٧٣

٧٢

٧١

٧٠

٦٩

٦٨

٦٧

٦٦

٦٥

٦٤

٦٣

٦٢

٦١

٦٠

٥٩

٥٨

٥٧

٥٦

٥٥

٥٤

٥٣

٥٢

٥١

٥٠

٤٩

٤٨

٤٧

٤٦

٤٥

٤٤

٤٣

٤٢

٤١

٤٠

٣٩

٣٨

٣٧

٣٦

٣٥

٣٤

٣٣

٣٢

٣١

٣٠

٢٩

٢٨

٢٧

٢٦

٢٥

٢٤

٢٣

٢٢

٢١

٢٠

١٩

١٨

١٧

١٦

١٥

١٤

١٣

١٢

١١

١٠

٩

٨

٧

٦

٥

٤

٣

٢

١

٠

٩٩

٩٨

٩٧

٩٦

٩٥

٩٤

٩٣

٩٢

٩١

٩٠

٨٩

٨٨

٨٧

٨٦

٨٥

٨٤

٨٣

٨٢

٨١

٨٠

٧٩

٧٨

٧٧

٧٦

٧٥

٧٤

٧٣

٧٢

٧١

٧٠

٦٩

٦٨

٦٧

٦٦

٦٥

٦٤

٦٣

٦٢

٦١

٦٠

٥٩

٥٨

٥٧

٥٦

٥٥

٥٤

٥٣

٥٢

٥١

٥٠

٤٩

٤٨

٤٧

٤٦

٤٥

٤٤

٤٣

٤٢

٤١

٤٠

٣٩

٣٨

٣٧

٣٦

٣٥

٣٤

٣٣

٣٢

٣١

٣٠

٢٩

٢٨

٢٧

٢٦

٢٥

٢٤

٢٣

٢٢

٢١

٢٠

١٩

١٨

١٧

١٦

١٥

١٤

١٣

١٢

١١

١٠

٩

٨

٧

٦

٥

٤

٣

٢

١

٠

٩٩

٩٨

٩٧

٩٦

٩٥

٩٤

٩٣

٩٢

٩١

٩٠

٨٩

٨٨

٨٧

٨٦

٨٥

٨٤

٨٣

٨٢

٨١

٨٠

٧٩

٧٨

٧٧

٧٦

٧٥

٧٤

٧٣

٧٢

٧١

٧٠

٦٩

٦٨

٦٧

٦٦

٦٥

٦٤

٦٣

٦٢

٦١

٦٠

٥٩

٥٨

٥٧

٥٦

٥٥

٥٤

٥٣

٥٢

٥١

٥٠

٤٩

٤٨</

تخطيط المنتجات

أولا : مفهوم مزيج المنتجات وخصائصه

- تشارك إدارة الإنتاج والعمليات مع إدارة التسويق في اتخاذ القرارات الخاصة بمزيج المنتجات.
- ويعرف مزيج المنتجات بأنه مجموعة المنتجات التي يتولى نظام الإنتاج والعمليات إنتاجها،
- ونشير هنا إلى مجموعة التعريفات التالية :

• المنتجات الفردية :

- المنتج الفردي هو مجموعة المواصفات التي تمكن من إشباع رغبة أو حاجة معينة لدى جمهور العملاء أو المستهلكين (غسالة سامسونج 600 دورة).

• خط الإنتاج:

- هو مجموعة المنتجات التي تشترك في استخدام التسهيلات الإنتاجية أو يتم تسويقها معا أو المتكاملة من حيث الاستخدام . (خط إنتاج غسالة سامسونج وينتج الموديلات التالية: غسالة 600 دورة، 800 دورة، 1200 دورة، ... إلخ).

3

خصائص مزيج المنتجات

- أ- اتساع مزيج المنتجات: Product – mix width
- يشير الاتساع إلى عدد خطوط الإنتاج التي يتكون منها هذا المزيج.
- ب- طول مزيج المنتجات: Product – mix length
- يشير إلى عدد المنتجات الفردية التي يتكون منها هذا المزيج.
- ج- عمق مزيج المنتجات: Product – mix Depth
- يعبر عنها بعدد المنتجات الفردية في كل خط من خطوط المنتجات وعمق المزيج يكون هو متوسط عدد المنتجات الفردية في خطوط الإنتاج.

$$\text{العمق} = \frac{\text{عدد المنتجات}}{\text{عدد خطوط الإنتاج}}$$

- د- الاتساق: Product – mix Consistency
- يعني درجة التكامل بين خطوط الإنتاج سواء في مجال الإنتاج أو التسويق.

4

الأساليب العملية المستخدمة في تخطيط تشكيلة المنتجات

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| Break – even – Analysis | • تحليل التعادل |
| Linear Programming | • البرمجة الخطية |
| Incremental cost | • التكلفة الإضافية |

5

إنتاج منتج واحد بمادة واحدة

عندما نقوم بإنتاج منتج واحد بمادة واحدة لا تطرح مشكلة التخطيط
في المنتج الواحد عندما نستهلك 4 كيلو غرام من المادة إذا كنا نريد إنتاج 300 وحدة
 $1200 = 4 * 300$

في المنتج الواحد عندما نستهلك 4 كيلو غرام من المادة وإذا توفر لدينا 600 كيلو غرام
فإننا نستطيع أن ننتج $150 = 600 / 4$ وحدة

الإنتاج في هذه الحالة يتوقف على الكميات المتوفرة من المادة



تحليل التعادل Break-Even Analysis

الإيرادات



- أولاً : تحليل التعادل :
- يعتبر تحليل التعادل أحد الأدوات الأساسية المستخدمة في تخطيط تشكيلة المنتجات، وتخطيط مستويات الإنتاج ويقوم تحليل التعادل على أساس المقارنة بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية لمستويات الإنتاج المختلفة وذلك لتحديد مستوى الإنتاج الذي تتعادل عنده الإيرادات الكلية مع التكاليف الكلية ويطلق على مستوى الإنتاج في تلك الحالة حد التعادل أو الحد الأدنى للإنتاج .

العلاقة بين الإيرادات الكلية وكمية الإنتاج (مستويات الإنتاج) هي علاقة طردية.

$$\text{الإيرادات الكلية} = \text{كمية الإنتاج} \times \text{سعر بيع الوحدة}$$

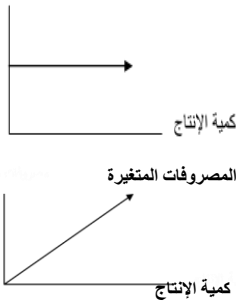
العلاقة بين عناصر التكاليف الكلية وكمية الإنتاج

تتكون التكاليف الكلية من عنصرين أساسيين هما :

• **التكاليف الثابتة:** هي مجموع بنود عناصر المصروفات التي لا توجد علاقة مباشرة بينها وبين كمية الإنتاج، والتي لا تتغير في مجموعها مع تغير كمية الإنتاج وينخفض نصيب الوحدة مع زيادة كمية الإنتاج والعكس مثل: مرتبات الإدارة العليا - الإهلاك - إيجار المبنى أو المخازن .

• **التكاليف المتغيرة:** عبارة عن مجموع عناصر المصروفات التي تتغير في مجموعها مع تغير كمية الإنتاج وهناك علاقة طردية بين المصروفات المتغيرة وكمية الإنتاج.

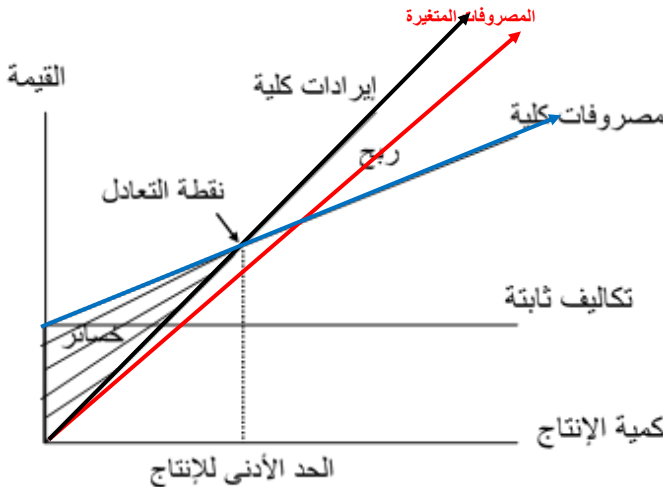
مصروفات ثابتة



المصروفات المتغيرة

كمية الإنتاج

أولاً : تحليل التعادل



• **التكاليف الكلية = المصروفات الثابتة + المصروفات المتغيرة**

• **نقطة التعادل:** هي مستوى الإنتاج الذي تتساوى عنده كلا من إجمالي إيرادات الشركة وإجمالي تكاليفها، حيث يكون إجمالي أرباحها صفر.

• **تحليل التعادل (نقطة التعادل):**

• تعرف بأنها ذلك المستوى من النشاط الذي تتعادل عنده الإيرادات الإجمالية مع التكاليف الإجمالية، بحيث لا يكون هناك ربح أو خسارة، أو بعبارة أخرى المستوى الذي تكون عنده الأرباح تساوي الصفر. وأي مستوى نشاط أعلى من نقطة التعادل يحقق ربح، وأي مستوى نشاط أقل من نقطة التعادل يحقق خسارة.

وتحدد كمية التعادل أما هندسياً أو جبرياً.

كيفية حساب نقطة التعادل

- حجم التعادل بالكمية = التكاليف الثابتة / (سعر بيع الوحدة – التكلفة المتغيرة للوحدة)
- **حجم التعادل بالكمية = التكاليف الثابتة / الربح الحدي للوحدة**
- حجم التعادل بالقيمة = التكاليف الثابتة / 1- (التكاليف المتغيرة – سعر بيع الوحدة)

• الافتراضات التي يستند عليها تحليل نقطة التعادل

1. ثبات أسعار البيع وأسعار عوامل الإنتاج.
2. بقاء التكاليف الثابتة كما هي دون تغيير.
3. إمكانية تقسيم جميع عناصر التكاليف إلى تكاليف ثابتة ومتغيرة.
4. ثبات مستوى الطاقة الإنتاجية.
5. عدم وجود قيود على الإنتاج والتسويق.

9

تحديد نقطة التعادل

• تم الوصول إلى معادلة نقطة التعادل بالاعتماد على المفهوم الأساسي لتحليل التعادل أي من المساواة ما بين الإيرادات الكلية R والتكاليف الكلية TC

- $R = N * P$
- $TC = FC + (VCa * N)$

نرمز للإيرادات الناجمة عن المبيعات بـ **R** ولسعر بيع الوحدة بـ **P** وبالتالي فإن الإيرادات المتوقعة $R = P * N$ وبما أنه في نقطة التعادل تكون التكاليف الكلية مساوية للإيرادات الكلية، هذا يعني:

- $TC = R$
- $FC + (VCa * N) = P * N$

$$FC = P * N - (VCa * N) = N * (P - VCa) \quad \longrightarrow \quad N = \frac{FC}{P - VCa}$$

حيث:

N: كمية المبيعات في نقطة التعادل

P: السعر

FC: التكاليف الثابتة

VC: التكاليف المتغيرة

10

تحديد نقطة التعادل رياضيا

1- طريقة المعادلة:

$$\frac{\text{التكاليف الثابتة (FC)}}{\text{السعر (P) - التكاليف المتغيرة (VC)}} = \text{كمية التعادل (N)}$$

• حيث :

• **N** = كمية التعادل

• **P** = سعر بيع الوحدة

• **VC** = التكلفة المتغيرة للوحدة

• **FC** = التكاليف الثابتة

• ويمكننا الحصول على كمية التعادل بالليرة السورية أي نقطة التعادل ب (ل.س):

• **نقطة التعادل بالليرة السورية = الكمية المنتجة مضروبة بالسعر**

$N * P$ = نقطة التعادل بالليرة السورية

11

مثال 1

• فيما يلي بعض البيانات المستخدمة من سجلات إحدى المنشآت، حيث سعر بيع الوحدة 100 ل.س، والتكلفة المتغيرة للوحدة 60 ل.س، والتكاليف الثابتة 120000 ل.س.

• المطلوب: تحديد كمية التعادل (نقطة التعادل بالكمية)

• الحل:

$$\frac{120000}{100-60} = \frac{120000}{40} = 3000 = \frac{FC}{P-VC} = N \text{ وحدة}$$

12

مثال 2 على تحليل التعادل

- تنتج شركة الشرق للأدوات الكهربائية سلعة واحدة وتبيعها بسعر 250 ل.س للوحدة وتبلغ المبيعات 5000000 ل.س (خمس ملايين) وتقدر التكاليف الثابتة 1000000 ل.س والتكاليف المتغيرة 3000000 ل.س
- الحل:

$$\text{كمية الإنتاج بالوحدات} = \frac{\text{المبيعات بالليرة السورية}}{\text{السعر}} = \frac{5000000}{250} = 20000 \text{ وحدة}$$

$$\text{كلفة الوحدة الواحدة من التكاليف المتغيرة} = \frac{\text{اجمالي التكاليف المتغيرة}}{\text{عدد الوحدات}} = \frac{3000000}{20000} = 150 \text{ ل.س لكل وحدة}$$

$$\text{التعادل بالوحدات} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{السعر - متغيرة}} = \frac{1000000}{150 - 250} = \frac{1000000}{100} = 10000 \text{ وحدة}$$

- كمية التعادل بالليرة السورية = كمية التعادل بالوحدات × السعر للوحدة
- كمية التعادل بالليرة السورية = 250 × 10000 = 2500000 ل.س.

استخدام نقطة التعادل في تحديد نسبة الطاقة المستغلة

- نستطيع تحديد نسبة الطاقة المستغلة باستخدام نقطة التعادل كما يلي:

$$\bullet N = \frac{FC}{K(P - Vca)}$$

- حيث **K**: الطاقة الإنتاجية معبرا عنها بوحدات الإنتاج.
- بافتراض أن التكاليف الثابتة 10000 ل.س وأن الطاقة الإنتاجية للمنظمة هي 3000 وحدة وسعر بيع الوحدة 10 ل.س والتكلفة المتوسطة المتغيرة 6 ل.س. والمطلوب: تحديد الطاقة المستغلة؟

$$\bullet N = \frac{FC}{3000(10 - 6)} = 83\%$$

استخدام نقطة التعادل لتحديد حجم الإنتاج الذي يحقق كمية الأرباح المخططة

$$• N = \frac{FC+R}{P-Vca}$$

• حيث **R**: كمية الأرباح المخططة

• **مثال**: بافتراض أن التكاليف الثابتة 10000 ل.س وأن الطاقة الإنتاجية للمنظمة هي 3000 وحدة وسعر بيع الوحدة 10 ل.س والتكلفة المتوسطة المتغيرة 6 ل.س.

• بافتراض أن كمية الأرباح المخططة 50000 ل.س، **والمطلوب**: احسب كمية الإنتاج اللازمة لتحقيق هذه الأرباح؟

$$• N = \frac{FC+R}{P-Vca} = \frac{10000+50000}{10-6} = 15000 \text{ وحدة}$$

15

التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل

يتأثر تحديد قيمة وحجم مبيعات نقطة التعادل بثلاثة متغيرات وهي :

• **التكلفة الثابتة**

• **التكلفة المتغيرة للوحدة**

• **سعر البيع للوحدة**

• **بأخذ بيانات المثال السابق:**

• تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س.

• **المطلوب** : تحديد كمية مبيعات نقطة التعادل؟

• **الحل:**

$$\frac{100000}{60-35} = \frac{100000}{25} = 4000 = \frac{FC}{P-VC} = N \text{ وحدة}$$

16

التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل

1- التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل: تغير التكلفة الثابتة

- بأخذ بيانات المثال السابق:
- تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س. وبفرض تغيرت التكاليف الثابتة لتصبح 200000 ل.س، سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س. المطلوب : تحديد كمية مبيعات نقطة التعادل؟

الحل:

$$\frac{200000}{60-35} = \frac{200000}{25} = 8000 = \frac{FC}{P-VC} = N \text{ وحدة}$$

2- التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل: تغير سعر بيع الوحدة

- بأخذ بيانات المثال السابق:
- تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س. تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، وأن سعر بيع الوحدة أصبحت 85 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س. المطلوب: تحديد كمية مبيعات نقطة التعادل؟

الحل:

$$\frac{100000}{85-35} = \frac{100000}{50} = 2000 = \frac{FC}{P-VC} = N \text{ وحدة}$$

17

التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل

3- التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل: تغير التكلفة المتغيرة

- بأخذ بيانات المثال السابق:
- تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتكلفة متغيرة للوحدة 35 ل.س.
- تبلغ التكاليف الثابتة 100000 ل.س، وأن سعر بيع الوحدة 60 ل.س، وتغيرت التكلفة المتغيرة للوحدة لتصبح 50 ل.س.
- المطلوب: تحديد كمية مبيعات نقطة التعادل؟

الحل:

$$\frac{100000}{60-50} = \frac{100000}{10} = 1000 = \frac{FC}{P-VC} = N \text{ وحدة}$$

18

$$\frac{FC}{P-VC} = N$$

التغير في عناصر معادلة نقطة التعادل

• من خلال دراسة العوامل المؤثرة على نقطة التعادل يمكن استنتاج العلاقات الآتية:

1. العلاقة بين التغير في **التكلفة الثابتة** وكمية نقطة التعادل **علاقة طردية** مع ثبات سعر البيع والتكلفة المتغيرة.
2. العلاقة بين التغير في **سعر البيع** وكمية نقطة التعادل **علاقة عكسية** مع ثبات التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة.
3. العلاقة بين التغير في **التكلفة المتغيرة** وكمية نقطة التعادل **علاقة طردية** مع ثبات سعر البيع والتكلفة الثابتة.

19

استخدامات أخرى لنقطة التعادل

يحتل تحليل التعادل أهمية كبيرة في العديد من القرارات الإنتاجية مما يعمل على **ترشيد تلك القرارات**، ويضمن سلامة نتائجها ومن بين أهم المجالات التي يستخدم فيها تحليل التعادل كأداة لاتخاذ القرارات:

• تحليل التعادل والتحول إلى الآلية في الإنتاج

كثيرا ما يعرض على إدارة المؤسسة وجهة نظر **التحول من يدوية الإنتاج إلى المكننة** فإذا كان التحول إلى الآلية (المكننة) يؤدي إلى انتقال نقطة التعادل إلى أعلى أي زيادة حجم الإنتاج الذي يحقق التعادل كما كان عليه في حالة الإنتاج اليدوي فإن القرار هو الاستمرار في يدوية الإنتاج.

20

استخدامات نقطة التعادل

- مثال: تفكر إحدى المؤسسات في إدخال أسلوب آلية الإنتاج بدلا من الأسلوب اليدوي المنتج حاليا بها. وفيما يلي البيانات الخاصة بالإنتاج اليدوي، والبيانات المتوقعة إذا ما تم التحول إلى آلية الإنتاج.

المطلوب: ترشيد الإدارة إلى القرار الواجب اتخاذه في هذا الشأن.

البيان	يدوية	آلية
التكاليف الثابتة	4000	72000
التكلفة المتغيرة للوحدة	12	6
سعر الوحدة	32	32

- علينا حساب عتبة المردودية في كلتا الحالتين:

$$N = \frac{FC}{P-VC} = \frac{72000}{32-6} = 2770 \text{ آلية}$$

$$N = \frac{FC}{P-VC} = \frac{4000}{32-12} = 200 \text{ يدوية}$$

بناءا على النتائج السابقة فإننا نوصي من وجهة نظر **ربحية المؤسسة** بأن تستمر في تطبيق الأسلوب اليدوي في الإنتاج حيث ينخفض حجم التعادل مقارنة بالبدل الخاص بالآلية الإنتاج. حيث نجد أن الزيادة الكبيرة في التكاليف الثابتة (CF) اللازمة للتحول إلى آلية الإنتاج قد تسببت في هذا الوضع، خاصة وأن الانخفاض المصاحب في التكلفة المتغيرة (CV) لم يكن بالقدر الكافي لتعزيز فكرة الانتقال إلى النظام الآلي، هذا كله مع ثبات الوحدة (P).

21

البرمجة الخطية Linear Programming

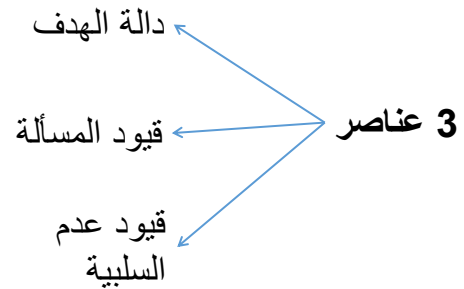
- هي نموذج من نماذج بحوث العمليات وتعتبر أداة رياضية هامة تساعد في حل المسائل وإيجاد الحل الأمثل.
- تهدف البرمجة الخطية إلى الإجابة بأسلوب التحليل الرياضي على بعض الأسئلة وحل المشاكل بما يحقق أكبر ربح ممكن أو أقل تكلفة ممكنة في ظل القيود والمحددات القائمة.
- وعموماً فإن أداء أي عمل بأفضل الوسائل يعني في حد ذاته البحث عن الحدود الدنيا أو القصوى. **فعندما تتعلق المشكلة بالتكاليف فإن الهدف عادة يكون الوصول إلى الحد الأدنى وإذا تعلق الأمر بالأرباح فإن الهدف يكون هو الوصول إلى الحد الأقصى.**
- يقوم هذا الأسلوب على تحقيق هدف معين تسعى إدارة الإنتاج إلى تحقيقه وهذا الهدف هو تعظيم الربحية للمشروع أو تخفيض التكلفة. إلا أن إمكانية ذلك يتوقف على عدة عوامل منها:
 - ← ربحية الوحدة.
 - ← الطاقة الإنتاجية المتاحة في أقسام الإنتاج المختلفة.
 - ← الطاقة الاستيعابية للسوق.
- وتظهر مشكلة تخطيط تشكيلة المنتجات عند وجود أكثر من منتج مطلوب الاختيار من بينها، أما في حالة وجود منتج واحد فلا توجد مشكلة حيث أن زيادة الأرباح تتحقق بزيادة الإنتاج أما في حالة وجود أكثر من منتجين فإنه لا يصلح هذا التحليل ونستخدم البرمجة الخطية باستخدام أسلوب السمبلكس.

مكونات البرمجة الخطية:

تبيين هدف المسألة نفسها (أكبر ربح ممكن، أو أكبر مبيعات ممكنة، أو أقل تكلفة ...)

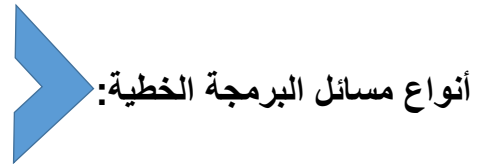
تبيين القيود التي تواجهها المؤسسة بالنسبة لهذه المسألة (قلة الموارد، قلة اليد العاملة، قلة الأموال، قلة الوقت ...)

تعني أن المتغيرات لا يمكن أن تكون سالبة (لا يمكن إنتاج كميات سالبة، ولا بيع كميات سالبة ... الخ)



من نوع حد أقصى (عندما نبحث عن أكبر قيمة لدالة الهدف)

من نوع حد أدنى (عندما نبحث عن أصغر قيمة لدالة الهدف)



مجالات تطبيق البرمجة الخطية

1. التخصيص
2. جدولة وبرمجة الإنتاج
3. جدولة عمل الآلات
4. مزيج المنتجات
5. النقل والتوزيع
6. معالجة الفاقد والعوادم
7. تخطيط جدولة النقل والمواصلات
8. مجالات أخرى.

الطريقة البيانية Graphical Method

- تستخدم **الطريقة البيانية** لمعالجة المشكلات المتعلقة بالاستخدام الأمثل للموارد المتاحة للمنظمة **عندما يكون عدد المتغيرات اثنين فقط**.
- أما عند تعقد المشكلات وتتعدد المتغيرات (أي عندما تصبح متغيرات القرار أكثر من متغيرين اثنين) فتصبح هذه الطريقة عاجزة عن المساهمة في إيجاد حلول لتلك المشكلات.
- كما تفيد طريقة الرسم البياني كمقدمة لدراسة طرق وأساليب أخرى أكثر تعقيدا في حل مشاكل البرمجة الخطية **مثل السمبلكس**.
- **وعند اتباع أسلوب الرسم البياني يجب اتباع الخطوات التالية:**
 - رسم المحور السيني والصادي (الجزء الموجب من كل منهما)
 - تحديد نقطتين لكل مستقيم (معادلة)
 - رسم المستقيمات المعبرة عن المعادلات
 - تحديد منطقة الإمكانات المتاحة
 - تعيين النقطة ضمن منطقة الإمكانات المتاحة التي تعطي أفضل النتائج (أعلى عائد أو أقل تكلفة) **وعادة تكون نقطة تقاطع مستقيمتين وتكون في حالة تعظيم الأرباح أبعد ما يكون عن نقطة الأصل وتكون في حالة تقليل التكاليف أقرب ما يكون من نقطة الأصل**.

25

مثال رقم 1:

تقوم شركة عمر-علي إخوان بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق \$10، ويحتاج إلى ساعة عمل واحدة في قسم النشر، وساعة عمل واحدة في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن الطاولة \$40، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر، وخمسة ساعات عمل في قسم التجميع، وفي اللحظة التي يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين، لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهريا على أكثر من مائة ساعة عمل في قسم النشر، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من مائة وخمسين ساعة عمل في قسم التجميع.

وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد مزيج الإنتاج من الكراسي والطاولات الذي يحقق لمؤسسته أعلى عائد؟

26

الحل :

في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية في صياغة المشكلة

أولا	الهدف	الهدف هنا هو تعظيم العائد.
ثانيا	المتغيرات	كراسي، طاولات.
ثالثا	الرموز	نعبر عن الكراسي ب (x_1)، ونعبر عن الطاولات ب (x_2).
رابعا	الجدول	حتى يسهل تكوين المعادلات الرياضية توضع البيانات الموضحة في المشكلة في صورة مصفوفة كما يلي:

جدول يبين بيانات المشكلة

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	x2 طاولات	x1 كراسي	
قسم النشر 100 ساعة عمل	2	1	
قسم التجميع 150 ساعة عمل	5	1	
سعر البيع	\$40	\$10	

27

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	x2 طاولات	x1 كراسي	
قسم النشر 100 ساعة عمل	2	1	
قسم التجميع 150 ساعة عمل	5	1	
سعر البيع	\$40	\$10	

وضع البيانات في الجدول أعلاه في صورة معادلات كما يلي:

Objective function	Max $z = \$10x_1 + \$40x_2$	دالة الهدف
constraints	$1x_1 + 2x_2 \leq 100$ $1x_1 + 5x_2 \leq 150$	القيود
Non negative	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	عدم السلبية

سادسا: حل المشكلة عن طريق:

1. الرسم البياني

2. أو السمبلكس

28

حل المثال السابق بطريقة الرسم البياني

• يتطلب الحل البياني ما يلي :

1- تكوين الأحداث السيني والأحداث الصادي (x_1, x_2)

Objective function	Max $z = \$10x_1 + \$40x_2$	دالة الهدف
constraints	$1x_1 + 2x_2 \leq 100$ $1x_1 + 5x_2 \leq 150$	القيود
Non negative	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	عدم السلبية

2- رسم مستقيمات القيود كما يلي :

أ- تحويل القيود إلى متساويات وذلك كما يلي:

$$x_1 + 2x_2 = 100$$

• المستقيم الأول

$$x_1 + 5x_2 = 150$$

• المستقيم الثاني

ب- تحديد نقطتين لكل مستقيم حتى يمكن رسمه وذلك بمعرفة قيم الأحداثيين كما يلي:

29

Objective function	Max $z = \$10x_1 + \$40x_2$	دالة الهدف
constraints	$1x_1 + 2x_2 \leq 100$ $1x_1 + 5x_2 \leq 150$	القيود
Non negative	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	عدم السلبية

المستقيم الأول	
x_2	x_1
50	0
0	100

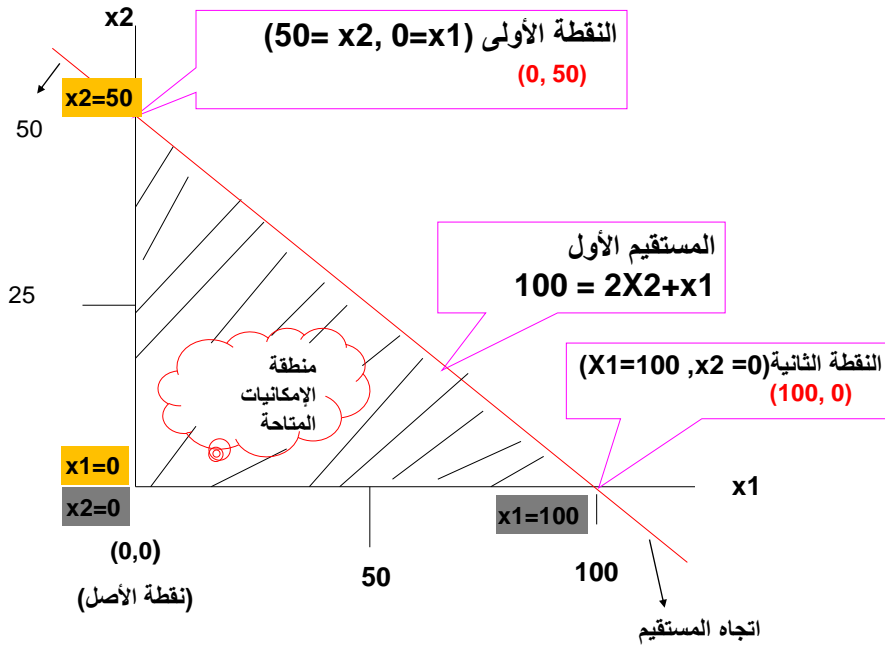
• وتوضيحا لما تعنيه هذه الأرقام ، افترض ما يلي:

لو فرضنا أن المنتج ركز على إنتاج الطاولات (x_2)، وأهمل الكراسي (x_1)، فإنه يستطيع إنتاج 50 طاولة من ساعات الآلة المتوفرة لديه (بفرض أن القيد الأول يعبر عن ساعات العمل للآلة).

بينما إذا ركز الإنتاج على الكراسي (x_1) مهملا الطاولات (x_2) فإنه يستطيع إنتاج 100 كرسي من ساعات الآلة المتوفرة.

يمكن الآن رسم الأحداث السيني والصادي وتحديد المستقيم الأول عليه كما يلي :

30



31

تحديد اتجاه المستقيم الذي يحققه:

نختبر المستقيم مع نقطة الأصل أي نعوض $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$

$$0+0 \leq 100 \text{ (true)}$$

إذن اتجاه المستقيم هو نحو نقطة الأصل، وهذا يعني ببساطة أن أي نقطة على المستقيم أو بينه وبين نقطة الأصل تحققه.

والمنطقة بين المستقيم ونقطة الأصل تسمى منطقة الإمكانيات المتاحة وفق هذا القيد بمعنى أن المنتج يستطيع إنتاج أي كمية ضمن المساحة المظللة ووفق القيد الأول.

Objective function	Max z=\$10x1+\$40x2	دالة الهدف
constraints	1x1+2x2 ≤ 100 1x1+5x2 ≤ 150	القيود
Non negative	x1 ≥ 0, x2 ≥ 0	عدم السلبية

المستقيم الثاني	
x2	x1
30	0
0	150

32

وتوضيحا لما تعنيه هذه الأرقام:

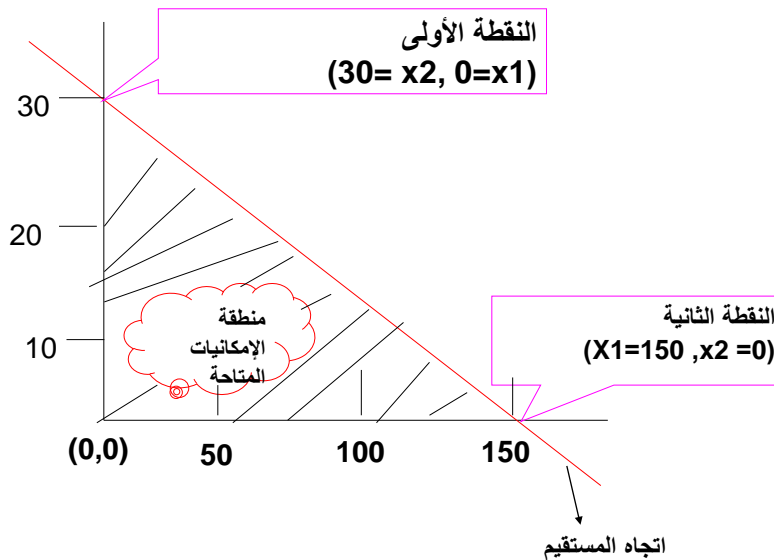
لو فرضنا أن المنتج ركز على إنتاج الطاولات (X_2) فقط، وأهمل إنتاج الكراسي (X_1)، فإنه يستطيع إنتاج 30 طاولة من ساعات العمل المتوفرة لديه (بفرض أن هذا القيد يمثل ساعات عمل).

بينما إذا ركز الإنتاج على الكراسي (X_1) مهملًا للطاولات (X_2) فإنه يستطيع إنتاج 150 كرسي من ساعات العمل المتوفرة لديه.

المستقيم الثاني	
X_2	x_1
30	0
0	150

33

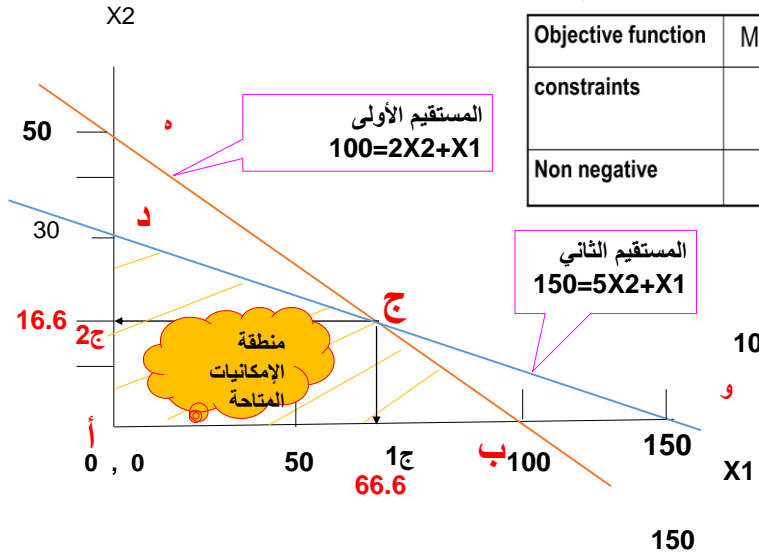
يمكن الآن رسم الإحداثي السيني والصادي وتحديد المستقيم الثاني عليه كما يلي :



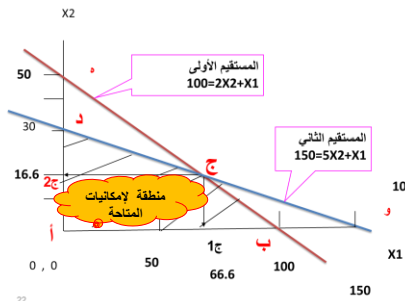
34

ويمكن تمثيل المعادلات كما يلي:

Objective function	Max $z = \$10x_1 + \$40x_2$	دالة الهدف
constraints	$1x_1 + 2x_2 \leq 100$ $1x_1 + 5x_2 \leq 150$	القيود
Non negative	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	عدم السلبية



35



22

• المطلوب الثاني :

نقوم بداية بتحديد منطقة الإمكانيات المتاحة والتي تحقق كلا المستقيمين، وهي في هذه الحالة المنطقة **أ ب ج د** المظللة، حيث يستطيع المنتج إنتاج أي كمية داخل هذه المنطقة **وفق القيدين** وهما : **الوقت المتاح من العمل والوقت المتاح من الآلة**.

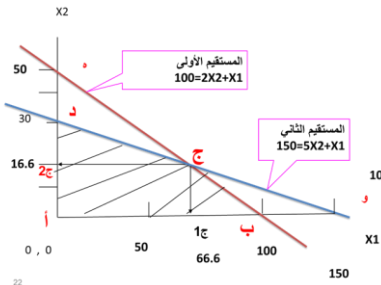
والهدف من حل هذه المشكلة هو تحقيق أعلى عائد ممكن، وبإجراء التجارب وجد أن أعلى عائد يتحقق عند نقاط تقاطع المستقيمتين، لذلك يتم اختبار دالة الهدف عند هذه النقاط، وهي **أ ب ج د**.

• ملاحظات :

أولاً : منطقة الإمكانيات المتاحة هي **أ ب ج د** والتي تحقق كلا المستقيمين .

ثانياً : خروج منطقة **و ب ج** من منطقة الإمكانيات المتاحة لأنها تحقق المستقيم الثاني فقط، ولا تحقق المستقيم الأول.

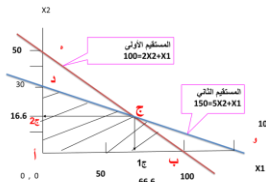
ثالثاً : خروج منطقة **هـ ج د** من منطقة الإمكانيات المتاحة لأنها تحقق المستقيم الأول فقط، ولا تحقق المستقيم الثاني.³⁶



تحديد النقطة التي عندها يكون الربح أعلى ما يمكن
تقييم نقاط تقاطع المستقيمتين على أطراف منطقة الإمكانيات المتاحة، وهي كما يلي:

النقطة	X1	X2	Z=\$10 x1+\$40 x2	النتيجة (\$)
أ	0	0	0 × 40 + 0 × 10	0
ب	100	0	0 × 40 + 100 × 10	1000
ج	66.7	16.7	16.7 × 40 + 66.7 × 10	1335
ج	66.	16	16 × 40 + 66 × 10	1300
د	0	30	30 × 40 + 0 × 10	1200

37



ملاحظات على نتيجة الحل:

- نلاحظ أن أعلى عائد قد تحقق عند النقطة ج، أي يجب إنتاج 66.7 كرسي، و 16.7 طاولة لتحقيق عائد قدره \$1335 ونتيجة أنه لا يمكننا إنتاج كسور من الكراسي أو الطاولات يتم تقريبها للقيمة الأدنى حتى تكون ضمن منطقة الإمكانيات المتاحة .
- كما يمكن تحديد مدى استغلال الموارد عند النقطة ج (66.666)، (16.666) :

القيد	الطاقة المتاحة	معادلة دالة الهدف	المستغل	الفائض
X1+2x2	100	2 * 16.666 + 1 * 66.666	99.996	لا شيء تقريبا
X1+5x2	150	5 * 16.666 + 1 * 66.666	149.996	لا شيء

Objective function	Max z=\$10x1+\$40x2	دالة الهدف
constraints	1x1+2x2 ≤ 100 1x1+5x2 ≤ 150	القيد
Non negative	x1 ≥ 0, x2 ≥ 0	عدم السلبية

38