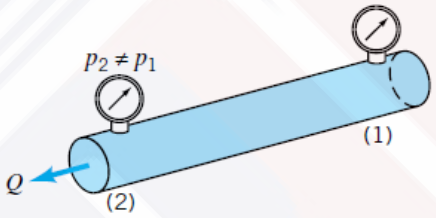
جريان السوائل اللزجة في الأنابيب

- **الخصائص العامة للتدفق خلال الأنابيب** (*General Characteristics of Pipe Flow*):

قبل البدء في تحليل المعادلات الحاكمة لجريان السوائل في الأنابيب سوف يتم مناقشة بعض المفاهيم الأساسية التي تتعلق بمسألة التدفق في الأنابيب. وبمساعدة هذه القواعد الإجرائية سوف يتم المضي قدماً في صياغة وحل جميع المسائل الهامة المتعلقة بموضوع التدفق.

سوف نفترض مبدئياً بأن للأنبوب المستخدم مقطع عرضي دائري الشكل، وأن الأنبوب سوف يملأ بالسائل بشكل كامل.



الشكل (13)

في هذا النوع من التدفق قد تلعب الجاذبية دوراً مهماً وذلك عندما لايكون الأنبوب أفقياً ولكن القوة الدافعة الرئيسية (*main driving force*) تتمثل في تدرج الضغط على طول الخط (*pressure gradient along the pipe*). فإذا كان الأنبوب ليس ممتلئاً بشكل كامل فإنه ليس من الممكن المحافظة على فرق الضغط هذا ($p_1 - p_2$).

- **المفاهيم الأساسية لتدفق السوائل** (*Fundamental Concepts of Fluid Flow*) :
  - **الاستمرارية** (*Continuity*) :

من المفاهيم الأساسية التي يجب أن تكون محققة في أي نوع من أنواع التدفق في الأنابيب هو مبدأ استمرارية التدفق (*principle of continuity of flow*). وينص هذا المبدأ على الكمية الكلية (*total amount*) للسائل المار من أي مقطع عرضي من مقاطع الأنبوب تبقى ثابتة. ومن الملاحظ أن هذا المبدأ يمثل مبدأ مصونية الكتلة (*conservation of mass*) وهذا يعني أن السائل لايفنى ولايخلق من عدم أثناء تدفقه في خطوط الأنابيب، وتعطى معادلة الحالة في حالة الجريان غير المستقر للموائع القابلة للانضغاط بالعلاقة التالية:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial x} = 0$$

أما في حالة الجريان المستقر للموائع القابلة للانضغاط يمكن كتابة المعادلة السابقة على الشكل التالي:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0 \Rightarrow \rho v = \text{const}$$

وبنا أن معدل التدفق الحجمي (*volume flow rate*) في أي نقطة من نقاط خط الأنابيب هو عبارة عن ناتج جداء مساحة المقطع العرضي للأنبوب بالسرعة المتوسطة للسائل (*average liquid velocity*) فعندئذ يمكن كتابة العلاقة السابقة على الشكل التالي:

$$\rho \cdot v \cdot A = \text{const}$$

وعلى اعتبار أن السوائل هي عبارة عن موائع غير قابلة للانضغاط فهذا يعني أن كثافتها لاتتغير ($\rho = \text{const}$)، عندئذ يمكن كتابة معادلة الاستمرارية على الشكل التالي:

$$v \cdot A = \text{const}$$

- **معادلة الطاقة** (*Energy Equation*) **:**

يتمثل المبدأ الأساسي في مصونية الطاقة بمعادلة برنولي (*Bernoulli's equation*) التي تنص على الطاقة الكلية للسائل (والتي هي عبارة عن مجموع الطاقة الحركية وطاقة الضغط والطاقة الكامنة) المتدفق في خط الأنابيب تبقى ثابتة عند أي نقطة من نقاط خط التيار تسمى الطاقة الميكانيكية أو طاقة الجريان ، أي:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot Z = const$$

ويمكن التعبير عن المعادلة السابقة بالنسبة للارتفاع حيث يكون لكل حد من حدودها واحدة قياس الطول:

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + Z = const$$

ومن المعلوم أن السوائل الحقيقية (اللزجة) تبدي أثناء جريانها قوى احتكاك والتي بفعلها يستهلك قسم من الطاقة الميكانيكية للسائل بهدف التغلب على قوى الاحتكاك (المقاومة) حيث تتحول إلى حرارة وتتشتت، ويرمز إلى هذا الفقد في الطاقة بـــ (h_f). انطلاقاً مما سبق يمكن كتابة معادلة اتزان الطاقة في المقطعين (I) و(II) عندما يجري سائل حقيقي على الشكل التالي:

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + Z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + Z_2 + h_f$$

دلت الدراسات أنه من الممكن اعتبار $\alpha_o = 1$ دائماً دون ارتكاب خطأ يذكر لأن قيمتها تتراوح من الجريان المنتظم وحتى غير المنتظم ضمن المجال $\alpha_o = 1 \div 1{,}03$ بينما تؤخذ $(\alpha = 1)$ للجريان المنتظم، ($\alpha = 1{,}1$) للجريان المضطرب، ($\alpha = 2$) للجريان الخطي.

بشكل عام وفي معظم حسابات ميكانيك السوائل يمكن أن تؤخذ $(\alpha = 1)$ بدون ارتكاب خطأ يذكر في النتيجة إذ أن الطاقة الحركية تمثل نسبة ضئيلة من الطاقة الكلية.

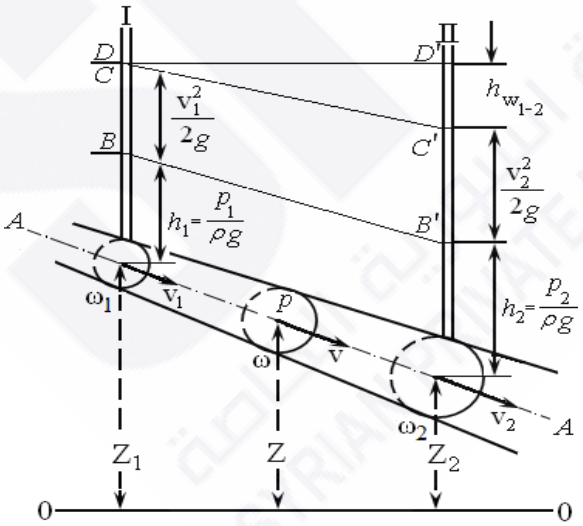
وعملياً يمكن كتابة العلاقة السابقة كمايلي:

$$h_f = He_1 - He_2$$

ومن هنا يمكن فهم الميل الهيدروليكي الذي يمكن أن يعبر عنه بفاقد الحمولة الكلية ($He_1 - He_2$) على طول الأنبوبة أو بفاقد الحمولة (الضخ) اللازم للتغلب على قوى الاحتكاك وذلك على طول الأنبوبة (L):

$$i = \frac{He_1 - He_2}{L} = \frac{h_f}{L}$$

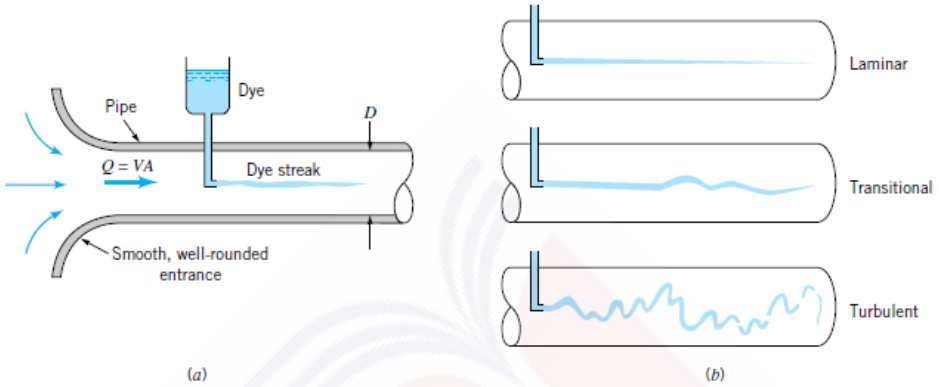
إن التمثيل البياني الرمزي لمعادلة برنولي في حالة جريان السوائل الحقيقة يوضح على الشكل التالي:



- **التدفق الصفحي أوالمضطرب** (*Laminar or Turbulent Flow*):

يمكن أن يكون جريان السائل في الأنبوب إما تدفقاً صفحياً أو مضطرباً، وكان العالم الرياضي الانكليزي رينولدز (*Osborne Reynolds*) [1842–1912] أول من قام بالتمييز بين هذين النوعين

من الجريان باستعمال الجهاز البسيط الموضح في الشكل (14) كما بيّن أنه عند ظروف معينة يمكن الانتقال من أحد نظامي الجريان إلى النظام الآخر وبالعكس.



الشكل (14)، جهاز رينولدز.

يجري السائل المراد إجراء التجربة عليه عبر الأنبوبة الشفافة. ومن إناء صغير في الأعلى يمرر عبر الأنبوبة سائل تلوين (حبر، دهان،...).

أثبتت التجارب العديدة عند سرعات متوسطة مختلفة (v) مايلي:

1) عند سرعات (v) أقل من سرعة معينة (v_c) أي عندما ($v < v_c$) فإن السائل الملون يجري في الأنبوبة على شكل خيط تيار (الشكل (16-a)). وهذا يعني أن السائل يجري بشكل طبقات لذلك يدعى هذا النظام من الجريان بالجريان الطبقي أو الصفحي أو الخطي (*Laminar Flow*).

2) عند سرعات (v) أكبر من (v_c) أي ($v > v_c$) فإن السائل الملون يتشتت بشكل عشوائي داخل الأنبوبة (الشكل (16-c))–، هذا النوع من الجريان الذي يتميز بأن تيار المادة الملونة ينقطع ويلون كافة جزيئات السائل في الأنبوبة يدعى بالجريان المضطرب (*Turbulent Flow*).

تدعى السرعة (v_c) والتي ينتقل عندها الجريان من النظام الخطي إلى النظام المضطرب بالسرعة الحرجة (*Critical Speed*) وهي تتعلق بالعوامل التالية:

a. كثافة السائل، ρ.
b. اللزوجة التحريكية للسائل، μ.
c. قطر الأنبوبة، D.

أي

$$v_c \propto \rho \cdot \mu \cdot D \qquad (20)$$

كما يمكن كتابة المعادلة (20) على شكل معادلة مقاس:

$$v_c = Re_c \cdot \rho^x \cdot \mu^y \cdot D^z \qquad (21)$$

حيث Re_c: ثابت لابعدي (تشابهي).

باستخدام طريقة التحليل البعدي يمكن معرفة الشكل النهائي للمعادلة (21) حيث لدينا أبعاد حدود المعادلة كمايلي:

$$[\rho] = \frac{M}{L^3}, \quad [\mu] = \frac{M}{L \cdot t}, \quad [v_c] = \frac{L}{t} \quad [D] = L \quad ,$$

حيث إنَّ:

L: رمز واحدة الطول.

M: رمز واحدة الكتلة.

t: رمز واحدة الزمن.

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (21) على الشكل:

$$\frac{L}{t} = (\frac{M}{L^3})^x \cdot (\frac{M}{L \cdot t})^y \cdot (L)^z \qquad (22)$$

التي تؤول على الشكل التالي:

$$L \cdot t^{-1} = M^{x+y} \cdot L^{-3x-y+z} \cdot t^{-y} \qquad (23)$$

ومن أجل تجانس الأبعاد فإن قوة الأس لكل بعد يجب أن تتطابق في طرفي المعادلة:

$$x + y = 0, \quad -3x - y + z = 1, \quad -y = -1$$

ويكون بالنتيجة:

$$x = -1, \quad y = +1, \quad z = -1$$

بتعويض هذه القيم في المعادلة (21)، ينتج:

$$v_c = Re_c \cdot \rho^{-1} \cdot \mu^{+1} \cdot D^{-1} = \frac{Re_c \cdot \mu}{\rho \cdot D}$$

ومنه:

$$Re_c = \frac{v_c \cdot D \cdot \rho}{\mu} \qquad (24)$$

حيث (Re_c) عدد تشابهي يقابل السرعة الحرجة (v_c) ويدعى بعدد رينولدز الحرج (*Critical Reynolds Number*) وتكون قيمته من أجل الأنابيب المستديرة الملساء ($Re_c = 2320$) وتدعى بالقيمة الحرجة (*Critical value*).

وقد أثبتت التجارب أنه عندما يكون ($Re < 2320$) يكون نظام جريان السائل خطياً وعندما يكون ($Re > 2320$) فإن الجريان يكون مضطرباً.

يمكن كتابة المعادلة (24) بشكلها العام:

$$Re = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot D}{\upsilon} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \upsilon} \qquad (25)$$

حيث إنَّ:

Re: عدد رينولدز.

Q: غزارة السائل، m^3/s.

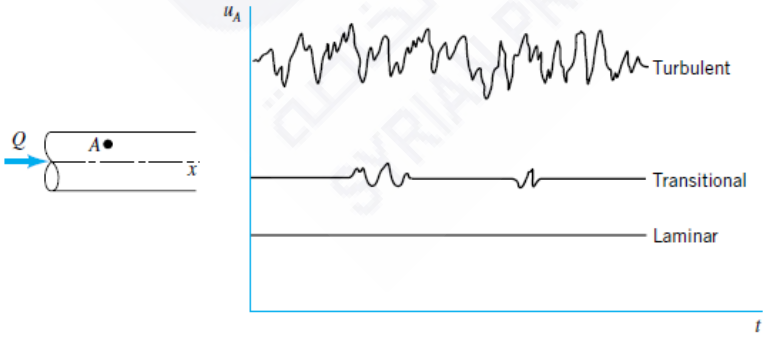
D: قطر الأنبوبة، m

ρ: كثافة السائل، Kg/m^3

η: اللزوجة التحريكية للسائل، $pa \cdot s$.

υ: اللزوجة الحركية للسائل، m^2/s.

يمثل الشكل (15) مركبة السرعة (x) كتابع للزمن عند النقطة (A) الموجودة في التدفق. فالاضطرابات العشوائية (*random fluctuations*) المرافقة للجريان المضطرب هي التي تشتت السائل الملون في كافة أنحاء الأنبوبة وتسبب ظهور التشويش الموضح في الشكل (15-b).



الشكل (15)، علاقة السرعة بالزمن عند النقطة (A).

يلاحظ من الشكل (15) أنه يكون مركبة واحدة فقط للسرعة ($V = u\vec{i}$) في حالة التدفق الصفحي، وبالمقابل فإنه من أجل التدفق المضطرب تكون المركبة السائدة (*predominant component*) للسرعة على طول الأنبوب ولكنها غير مستقرة (*unsteady*) ومترافقة مع المركبات العشوائية (*random components*) الناظمية على محور الأنبوب (*pipe axis*) $[V = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}]$. ومثل هذه الحركة في الجريان النموذجي تحدث بشكل سريع جداً بحيث لايمكن للعين أن تلاحقها. في حين تظهر صور الحركة البطئية (*slow motion pictures*) بوضوح الطبيعية الاضطرابية والعشوائية وغير المنتظمة للتدفق.