

## الفصل السادس

### 6. طرق انتقال الحرارة

#### 6.1. طرق انتقال الحرارة

تنتقل الحرارة من الموضع الساخن إلى الموضع البارد من الجسم، أو من جسم ساخن إلى مكان آخر بارد ببعض أو كل الطرق التالية:

#### أ- التوصيل      ب- الحمل      ج- الإشعاع

وتبعاً للنظرية الحركية للجزيئات، تكون جزيئات المادة دائمة الحركة، وتزداد هذه الحركة بارتفاع درجة الحرارة، فإذا كان لدينا ساق معدنية من الحديد، وسخناها من أحد طرفيها، تكتسب الذرات في هذا الطرف طاقة وتزداد سعة اهتزازها حول مواضعها المتوسطة، فتتصادم مع جارئاتها من الذرات، وتكسبها طاقة تجعلها تهتز بسعة أكبر مما كانت عليه، ويتصادم هذه الذرات مع ما يجاورها من الجزيئات الأخرى تكسبها طاقة، وهكذا، ومن ذلك نرى أن الحرارة تنتقل من طرف الساق الساخن إلى الطرف البارد عن طريق اهتزاز الذرات دون انتقالها من مواضعها المتوسطة، تسمى هذه العملية بالتوصيل. وهو يحدث في الأجسام الصلبة والسائلة، والغازية، ويكون انتقال الحرارة خلال الأجسام الناقلة بواسطة الإلكترونات الحرة داخل المعدن.

أما انتقال الحرارة بالحمل فهو يحدث عن طريق حركة الجزيئات داخل المادة حاملة الطاقة الحرارية معها، ويتصادم هذه الجزيئات مع الجزيئات الباردة تكسبها طاقة أكثر مما كانت عليه، وهكذا فمثلاً إذا سخنا سائل في إناء مثلاً فإن جزيئات السائل الملاصقة للقاع تسخن أولاً، وتقل كثافتها أكثر فتصعد إلى أعلى أما الجزيئات الباردة فتكون كثافتها أكبر فتتخفف إلى أسفل وتسخن

بدورها، وهكذا تتكون تيارات الحمل داخل السائل لا يحدث انتقال الحرارة بالحمل، إلا في السوائل، والغازات حيث تكون الجزيئات حرة الحركة. يلاحظ مما سبق، انتقال الحرارة بالتوصيل أو بالحمل لا يحدث إلا داخل المادة نفسها، أي لا بد من وسط لكي تنتقل فيه الحرارة، أما انتقال الحرارة بالإشعاع، فإنه يحدث خارج الجسم الساخن، ويمكن أن يحدث في الفراغ كما يحدث لانتقال الحرارة من الشمس إلى الأرض، خلال ملايين الأميال من الفراغ، يعد انتقال الحرارة بالتوصيل أو بالحمل بطيئاً بالنسبة لانتقال الحرارة بالإشعاع، لأن سرعة الإشعاع هي سرعة الضوء.

## 6.2 انتقال الحرارة بالتوصيل

في هذه الطريقة يتم انتقال الحرارة من المنطقة الساخنة إلى الباردة ولمراقبة هذا الانتقال يجب أن تكونا "أي المنطقتين" معزولتين وأن يحدث بينهما تدرج حراري قبل أن تصل إلى التوازن. نفرض أن لدينا شريحة متوازية الوجهين من مادة ما، وأن ثخانة هذه الشريحة  $d$  الشكل (6.1) ومساحة أحد وجهيها  $(A \text{ m}^2)$ ، وأن درجة حرارة الوجه الساخن  $(\theta_1)$ ، ودرجة حرارة الوجه الآخر  $(\theta_2)$ ، وأن هاتين الدرجتين ثابتتان لا تتغيران مع الزمن حيث  $\theta_1 C^\circ > \theta_2 C^\circ$ .

تنتقل الحرارة في هذه الحالة (التي تسمى بالحالة الثابتة) بمعدل ثابت من وجه الشريحة الساخن إلى الوجه البارد عمودية على الوجهين. كمية الحرارة (جول  $Q$ ) التي تنتقل في زمن معين (ثانية  $t$ ) تتناسب مع الزمن  $(t)$ ، والمساحة  $(A)$ ، فرق درجة الحرارة  $(\theta_1 - \theta_2)$ ، وعكساً مع السماكة  $(d)$ .

$$Q = KA \frac{q_1 - q_2}{d} t \quad (6.1)$$

حيث  $(K)$  ثابت، يختلف باختلاف المادة، ويسمى معامل التوصيل

الحراري ويمكن تعريفه كالآتي:

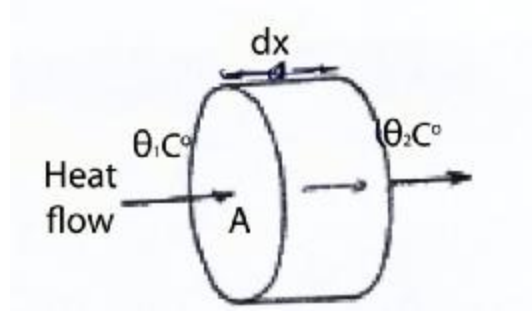
هو كمية الحرارة التي تنتقل بالتوصيل في الثانية الواحدة من  $(1 m^2)$ ، من أحد وجهي شريحة متوازية الوجهين ثخانتها  $(1 m)$ ، والفرق في درجة الحرارة بين وجهيها  $(1 K^o)$  في الحالة الثابتة أما وحدات معامل التوصيل الحراري  $K$  فهي  $JS^{-1} m^{-1} K^{-1}$  أو  $W m^{-1} K^{-1}$ . تسمى الكمية  $\frac{q_1 - q_2}{d}$  بالتدرج الحراري، وهو عبارة عن النسبة بين فرق درجتي الحرارة مقسماً على البعد بينهما، فإذا كانت  $\delta\theta$ ، هي الفرق في درجتي الحرارة بين وجهين السماكة بينهما قدرها  $\delta x$  فإن التدرج الحراري يساوي  $\frac{dq}{dx}$  وبذلك يمكن كتابة المعادلة (6.1)

كالآتي:

$$\frac{dQ}{dt} = -KA \frac{dq}{dx} \quad (6.2)$$

$$\frac{dQ}{dt} = -KA \frac{dq}{dx}$$

والإشارة هنا سالبة، لأن  $(\theta)$  تنقص كلما ازدادت  $(x)$ ، أي أنهما يتغيران في اتجاهين متعاكسين.



الشكل (6.1)

إن قانون انتقال الحرارة بالتوصيل يمكن تطبيقه على جسم الإنسان.

الجدول (6.1). معامل التوصيل الحراري لبعض المواد في درجة الحرارة العادية

المادة	$K$ $Wm^{-1}K^{-1}$	المادة	$K$ $Wm^{-1}K^{-1}$
الفضة	405.46	الطوب الحراري	0.50
الذهب	292.6	المطاط	0.188
النحاس	384.56	الزجاج	0.836
الألمنيوم	209	الفلين	0.418
الرصاص	33.44	الماء	2.09
الحديد	73.56	الجليد	0.585
البلاتين	69.39	الهواء	0.0241

### 6.3. تطبيقات على الحالة العامة لانتقال الحرارة

أ- معدل انتقال الحرارة خلال مقطع ساق معزولة حرارياً، وإيجاد توزيع درجات الحرارة على طولها في الحالة المستقرة:

نفرض ساقاً أسطوانية منتظمة المقطع، ومساحة مقطعها  $A$ ، وأن درجتي حرارة طرفيها، بعد الحالة الثابتة هما  $(\theta_1, \theta_2)$ . حيث  $(\theta_1 > \theta_2)$  الشكل (6.2) في الحالة الثابتة  $\frac{\partial q}{\partial T} = 0$  وبافتراض أن الساق ليس بداخلها أي مصدر حراري، أي أن  $Q' = 0$  ولما كانت الساق معزولة، فإن الحرارة لا تتسرب من جوانبها إلى الخارج بل تنتقل خلالها في اتجاه واحد فقط من طرفها الساخن إلى طرفها البارد (اتجاه  $x$  مثلاً)، بتطبيق ما سبق تأخذ المعادلة العامة الشكل:

$$\frac{d^2q}{dx^2} = 0 \quad (6.3)$$

بتكامل المعادلة (6.3) نحصل على

$$q = ax + b \quad (6.4)$$

حيث  $(a)$  و  $(b)$  ثابتان ولتعيينهما نجري الآتي:

عند  $x=0$

إذن  $\theta=\theta_1$

$\theta_1=b$

ومنها  $\theta=ax+\theta_1$

وعندما  $x=L$  فإن  $\theta=\theta_L$  ومنها

$$\begin{aligned}\theta_2 &= ax + \theta_1 \\ a &= -\frac{q_1 - q_2}{L}\end{aligned}\quad (6.5)$$

وتأخذ المعادلة (6.5) الشكل:

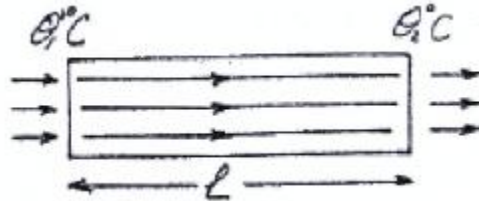
$$q = q_1 - \frac{q_1 - q_2}{L}x \quad (6.6)$$

لإيجاد معدل انتقال الحرارة خلال مقطع الساق نفاضل العلاقة (6.6) بالنسبة لـ (x)

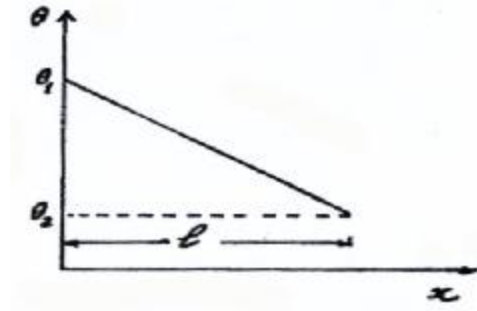
$$\frac{dq}{dx} = -\frac{q_1 - q_2}{L} \quad (6.7)$$

وبالتعويض من (6.7) في معادلة فوريير لانتقال الحرارة:

$$\frac{dQ}{dx} = KA \frac{q_1 - q_2}{L} \quad (6.8)$$



الشكل (6.2)



الشكل (6.3)

ب- انتقال الحرارة خلال جدار مستو مكون من طبقتين مختلفتين السماكة والمادة الشكل (6.4) في الحالة المستقرة، تنتقل بفرض أن سماكة الطبقة الأولى،  $(K_1)$  معامل التوصيل الحراري لمادتها،  $(d_2)$  هو سماكة الطبقة الثانية،  $(K_2)$  معامل التوصيل الحراري لمادتها،  $\theta_1$  درجة حرارة الطبقة الأولى،  $\theta_2$  درجة حرارة الطبقة الثانية،  $(A)$  مساحة السطح الحرارة بمعدل ثابت خلال الطبقات.

$$\frac{dQ}{dt} = K_1 A \frac{q_1 - q_2}{d_2} = K_2 A \frac{q_2 - q_3}{d_1}$$

$$q_1 - q_2 = \frac{\frac{dQ}{dt}}{K_1 A \frac{A}{d_1}}$$

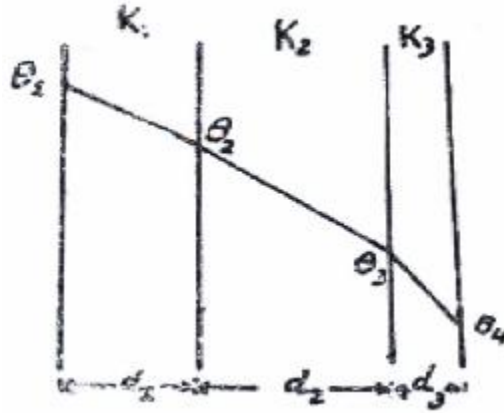
$$q_2 - q_3 = \frac{\frac{dQ}{dt}}{K_2 A \frac{A}{d_2}}$$

وبالجمع:

$$q_1 - q_3 = \frac{dQ}{dx} \left[ \frac{1}{K_1} \frac{d_1}{A} + \frac{1}{K_2} \frac{d_2}{A} \right] \quad (6.9)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q_1 - q_3}{\frac{1}{K_1} \frac{d_1}{A} + \frac{1}{K_2} \frac{d_2}{A}}$$

هذه المعادلة شبيهة بمعادلة قانون أوم في الكهرباء، حيث  $\frac{dQ}{dt}$  تقابل شدة التيار و  $(q_1 - q_3)$  تقابل فرق الجهد، و  $\left(\frac{1}{K}\right)$  تقابل المقاومة النوعية.



الشكل (6.4)

ج- انتقال الحرارة خلال جدار كرة جوفاء قطرها الداخلي  $(r_1)$  والخارجي هو  $(r_2)$  نفرض أن درجة حرارة السطح الداخلي للكرة  $\theta_1$  والخارجي هو  $\theta_2$ ، وذلك في الحالة الثابتة  $\theta_1 > \theta_2$ ، بافتراض عنصر كروي من جدار الكرة نصف قطره  $r$  وسماكته  $dr$ ، بتطبيق قانون فورييه على هذا العنصر يكون:

$$\frac{dQ}{dt} = -K 4\pi r^2 \frac{dq}{dr}$$

$$r^2 \frac{dq}{dr} = -\frac{\frac{dQ}{dt}}{4K\pi} = a$$

$$dq = a \frac{dr}{r^2}$$

$$\int_{q_1}^{q_2} dq = a \int \frac{dr}{r^2}$$

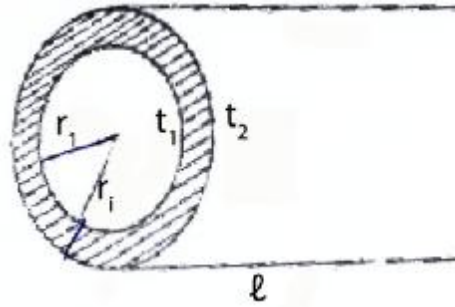
$$q_2 - q_1 = -a \left[ \frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$q_2 - q_1 = a \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$$

وبالتعويض في قيمة (a)

$$\frac{dQ}{dt} = 4K\pi r_1 r_2 \frac{q_1 - q_2}{r_2 - r_1}$$

د- انتقال الحرارة خلال جدار اسطواني رقيق:



الشكل (6.5)

إذا كانت  $(t_2, t_1)$ ، هما درجتا حرارة السطحين الداخلي والخارجي للجدار، بعد الحالة الثابتة وأن  $(r_2, r_1)$ ، هما نصف القطرين،  $(L)$  طول الأنبوبة،



فإن الحرارة تنتقل بمعدل ثابت عمودياً على السطحين وأن:

$$\frac{t_1 - t_2}{r_2 - r_1} = \text{التدرج الحراري}$$

مساحة السطح هو متوسط مساحة السطحين

$$= 2p \frac{r_2 + r_1}{2} L$$

فتكون كمية الحرارة المنتقلة في الثانية بعد الحالة الثابتة

$$\frac{dQ}{dx} = K \cdot 2p \frac{r_2 + r_1}{2} L \frac{t_1 - t_2}{r_2 - r_1} \quad (6.10)$$

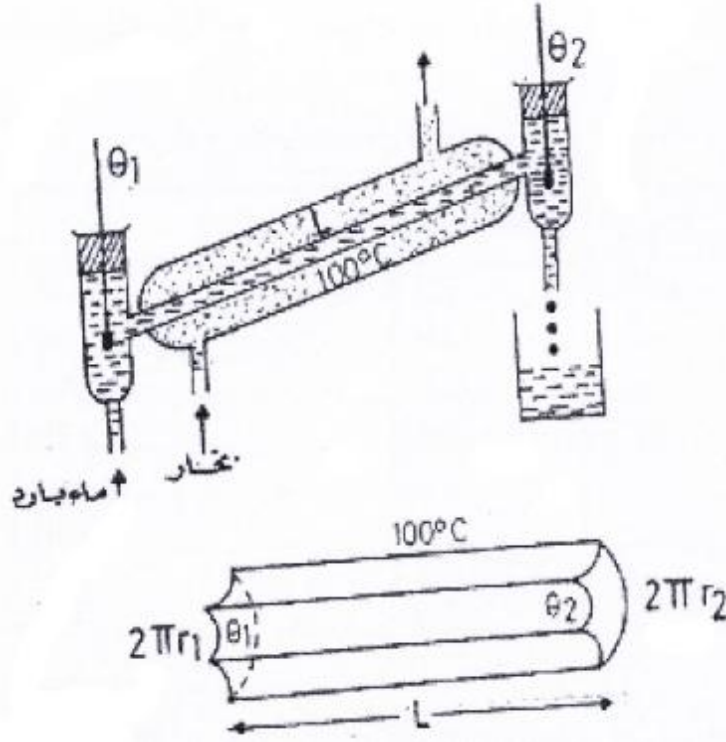
حيث ( $K$ ) معامل التوصيل الحراري لمادة الأنبوبة.

هـ- تعيين معامل التوصيل الحراري لمادة رديئة التوصيل الحراري على شكل أنبوبة مثل أنبوبة زجاج (بغلاف يمر فيه بخار الماء، يدخل تيار من الماء بمعدل ثابت في الأنبوبة، وتقاس درجة حرارته في المدخل والمخرج بعد الحالة الثابتة.

في هذه الحالة تنتقل الحرارة عمودية على سطحي الأنبوبة بمعدل ثابت من السطح الخارجي إلى السطح الداخلي، وهي تساوي كمية الحرارة التي يكتسبها الماء في الزمن تحاط الأنبوبة الزجاجية الشكل (6.6) نفسه. فإذا كانت ( $m$ )، كتلة الماء المار في الثانية الواحدة خلال الأنبوبة، ( $s$ ) الحرارة النوعية للماء، ( $\theta_1$ )، ( $\theta_2$ ) هما درجتا الحرارة للمدخل والمخرج على الترتيب بعد الحالة الثابتة.

فتكون كمية الحرارة التي اكتسبها الماء في الثانية الواحدة

$$\frac{dQ}{dx} = ms (q_2 - q_1) \quad (6.11)$$



الشكل (6.6)

فإذا كانت  $(r_2, r_1)$  هما نصف قطر الأنبوبة الداخلي والخارجي على الترتيب، وإذا اعتبرنا درجة حرارة البخار  $(100^\circ C)$ ، ومتوسط درجة حرارة السطح الداخلي

$$\frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$\left( \frac{100 - \frac{q_1 + q_2}{2}}{r_2 - r_1} \right) = \text{التدرج الحراري}$$

$$\frac{2\pi r_1 L + 2\pi r_2 L}{2} = \text{ومتوسط مساحة سطح الزجاج}$$

حيث  $(L)$  طول الأنبوبة (الجزء الموجود داخل الغلاف)

$$\frac{dQ}{dt} = k \frac{2pr_1L + 2pr_2L}{2} \cdot \frac{\left(100 - \frac{q_1 + q_2}{2}\right)}{r_2 - r_1} \quad (6.12)$$

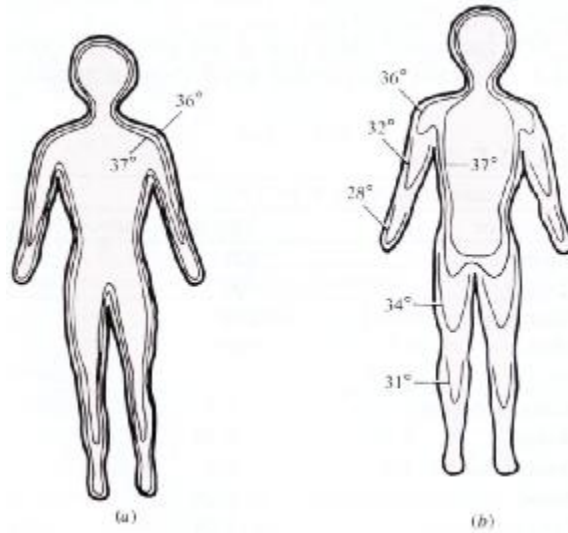
ومن المعادلتين (6.11) و(6.12) نجد

$$k p L \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2} \left(100 - \frac{q_1 + q_2}{2}\right) = m s (q_2 - q_1) \quad (6.13)$$

ومنها يمكن إيجاد قيمة (K)

#### 4.6 انتقال الحرارة بطريقة التوصيل في جسم الإنسان

إن ظاهرة انتقال الحرارة بالتوصيل تحدث في جسم الإنسان بين أنسجته المختلفة وخاصة من الأماكن الساخنة إلى الأبرد منها عند الأطراف إلا أن جوفه يحافظ على درجة حرارة ثابتة تقريباً وهي حوالي  $37^{\circ}C$  مئوية. حسب الشكل (6.7).



الشكل (6.7)

### مثال:

يسير شخص بسرعة فينتشر في جسمه حرارة نسبتها  $280W$  فإذا كانت مساحة سطح الجلد لديه  $1.5m^2$  وإذا افترضنا أن الحرارة تنتقل بطريقة التوصيل عبر العضلات بمعامل توصيل يساوي  $0.2Wm^{-1}K^{-1}$ .

### الحل:

يمكن تطبيق المعادلة

$$H = KA \frac{\Delta T}{L}$$

لحل هذا التمرين باعتبار أن مقاطع الأنسجة هذا التمرين صغيرة.

حساب  $T$ :

$$\Delta T = \frac{LH}{KA} = \frac{(0.03m)(280W)}{(0.2Wm^{-1}K^{-1})(1.5m^2)}$$
$$= 28K$$

يبين الشكل (6.7) أن فرق الحرارة بين داخل الإنسان وخارجه صغير ولا يمكن أن يصل إلى  $28K$  لهذا نقول أن الفرق في درجة الحرارة يستهلكه الدم بنقله إلى أنحاء الجسم وبذلك لا يتعدى الفرق بين الداخل والخارج في أبرد المناطق للجسم العشر درجات.

### 6.5. الحمل الحراري

تنتقل الحرارة بواسطة الحمل الحراري عن طريق حركة الجزيئات نفسها من المواقع الساخنة إلى المواقع الباردة حاملة الطاقة معها، وبتصادم هذه الجزيئات مع الجزيئات الأخرى، تنتشر الحرارة خلال المادة ولا يحدث هذا إلا في الموائع، والحمل الحراري نوعان:

أ- الحمل الحر: تكون فيه حركة الجزيئات ناتجة عن اختلاف كثافتها

ب- الحمل القسري: وفيه تجبر الجزيئات على الحركة بأي مؤثر خارجي كمروحة، أو تفريغ حركة السائل بجوار الأسطح الصلبة، تتم بإحدى الطريقتين الآتيتين:

### 1- حركة طبقية

وفيها يمكن تخيل السائل على أنه يتحرك في طبقات، وبذلك تنشأ مقاومة بين هذه الطبقات نتيجة للاحتكاك الذي تقابله في حركتها بالنسبة إلى بعضها بعضاً، ويلاحظ وجود طبقة رقيقة من السائل ساكنة ملاصقة للسطح الصلب، وتزداد سرعة الطبقات التالية لهذه الطبقة بالتدريج إلى أن تصل إلى سرعة السائل نفسه.

### 2- حركة اضطرابية

وفيها لا يتحرك السائل على شكل طبقات، أو بمعنى آخر يحدث تداخل بين طبقات السائل المختلفة، وفي هذه الحالة أيضاً تكون هناك طبقة رقيقة ساكنة ملاصقة للجدار، ولكن سماكتها تكون أقل من سماكة الطبقة المناظرة في حالة الحركة الطبقيّة.

يتم انتقال الحرارة بالحمل بطريق التوصيل الحراري أولاً من السطح الساخن إلى السائل خلال الطبقة الساكنة الملاصقة للجدار، وبالحمل ثانياً خلال السائل نفسه، وجزء صغير جداً يمكن إهماله بالإشعاع من السطح الساخن إلى جسم السائل.

وعليه فإن معدل انتقال الحرارة من السطح إلى جسم السائل تعطى من

العلاقة التالية:

$$\frac{dQ}{dt} = h_c A \Delta q \quad (6.14)$$

حيث  $A$  مساحة السطح،  $\Delta q$  الفرق بين درجتي حرارة السطح وجسم السائل و  $h_c$  معامل الحمل الحراري، ويشمل كلاً من التوصيل خلال الطبقة

- الرقيقة الملاصقة للسطح، والحمل خلال السائل نفسه وتعريفه هو:
- كمية الحرارة المنتقلة خلال وحدة المساحات في وحدة الزمن، لكل فرق في درجة الحرارة بين السطح، وبين جسم السائل يساوي درجة واحدة، وأبعاده  $MT^{-2}K^{-1}$  ووحدته  $Jm^{-2}S^{-2}k^{-1}$ . وتعتمد  $h_c$  على عدة عوامل أهمها:
- (1) شكل السطح (مستو، منحنى، كروي، حلزوني، أي شكل آخر)
  - (2) وضع السطح (أفقي - شاقولي)
  - (3) نوع المائع (سائل، غاز)
  - (4) كثافة، ومعامل لزوجة المائع، وحرارته النوعية، ومعامل توصيله الحراري.
  - (5) سرعة المائع، ونوع حركته (طبيقي أو اضطرابي).

## 6.6. قانون نيوتن للتبريد

معدل برودة جسم (أي النقص الحادث في كمية حرارته في وحدة الزمن)، يتناسب مع الفرق بين درجة حرارة الجسم، ودرجة حرارة الوسط المحيط به. أي أن:

$$\frac{dH}{dt} = -K (q - q_r) \quad (6.15)$$

حيث  $q$  درجة حرارة الجسم في أي لحظة،  $q_r$  درجة حرارة الوسط  $K$  ثابت يتوقف على مساحة السطح المعرض من الجسم، وعلى طبيعة السطح، تسمى  $(q - q_r)$  بالزيادة في درجة الحرارة، والقانون أوجده نيوتن من التجارب العملية، وهو صحيح في حالة الأجسام التي تبرد في تيار من الهواء، حيث يكون انتقال الحرارة بالحمل أكثر منها بالإشعاع، ويجب أن تكون الزيادة في درجة الحرارة بسيطة حوالي  $(30^\circ C)$ ، وقد دلت التجارب الحديثة على أن القانون يمكن

أن يطبق دون أي خطأ يذكر على الأجسام التي تبرد في حيز مغلق. وحيث أن كمية الحرارة المكتسبة، أو المفقودة تساوي السعة الحرارية للجسم مضروباً في التغير في درجة حرارته، فإن قانون نيوتن للتبريد يمكن كتابته كالاتي:

$$W = -\frac{dq}{dt} = -K (q - q_r) \quad (6.16)$$

حيث  $W$  السعة الحرارية للجسم،  $\left(\frac{dq}{dt}\right)$  معدل التبريد (أي النقص الحادث في درجة حرارته في وحدة الزمن)

## 6.7 . تصحيح التبريد

عند تسخين جسم ما فإننا نمّد هذا الجسم بكمية من الحرارة الكافية لرفع درجة حرارته إلى الدرجة المراد رفعه إليها، لكن نتيجة لوجود هذا الجسم في وسط ذو درجة حرارة ثابتة، أقل من درجة حرارة الجسم فإنه تبعاً لقانون نيوتن للتبريد سوف يفقد الجسم كمية من الحرارة الذي أمد بها إلى الوسط المحيط، والتي تتناسب مع الفرق بين درجة حرارته، ودرجة حرارة الوسط، وبالتالي فإن درجة حرارته سوف تصل إلى درجة حرارة عظمى  $(\theta)$  دون الدرجة المطلوبة بمقدار  $(\delta\theta)$ ، وهذا المقدار  $(\delta\theta)$  يمثل الخطأ الناشئ عن فقد كمية من الحرارة إلى الوسط الخارجي أثناء إجراء التجربة، ويسمى مثل هذا المقدار بتصحيح التبريد، وذلك لأن إضافته إلى الدرجة العظمى  $(\theta)$ ، التي وصل إليها الجسم يعطي الدرجة العظمى التي كان يجب عليه الوصول إليها، لو أن الجسم لم يفقد أية حرارة إلى الوسط الخارجي ويمكن تعيين تصحيح التبريد  $(\delta\theta)$ ، وذلك بتسجيل درجة حرارة الجسم مع الزمن أثناء تسخينه، وعند إيقاف عملية التسخين نستمر في تسجيل درجات الحرارة مع الزمن أثناء تبريد الجسم في نفس الوسط إلى أن

تنخفض درجة حرارته بمقدار  $(D\theta)$  (حوالي من 3 إلى 2 درجة)، وترسم العلاقة المبينة بالشكل (6.8) البعد  $(BD)$  يمثل الفرق بين درجة حرارة الجسم، ودرجة حرارة الوسط في اللحظة التي تمثلها النقطة  $(D)$ ، ومن قانون نيوتن للتبريد:

$$W \frac{dq}{dt} = -K \cdot BD \quad ; \quad K' = \frac{K}{W}$$

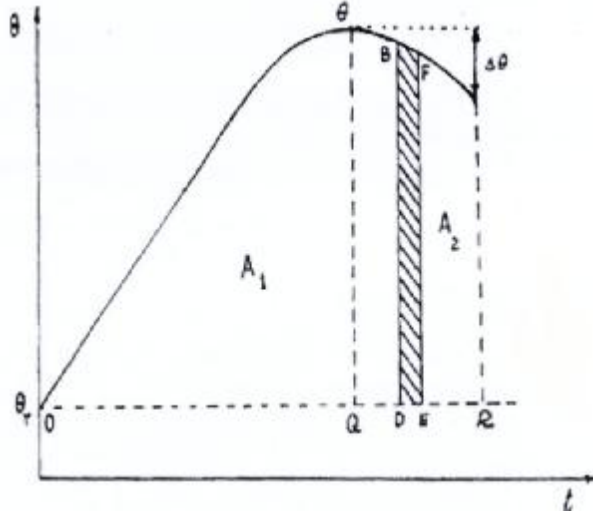
$$dq = -K' \cdot BD \cdot dt$$

$$= -K' \times (\text{Area BDEF}) = -K' BD \cdot DE$$

أي أن انخفاض درجة الحرارة الناتج عن التبريد في الفترة  $DE$  (أي  $dt$ )، يتناسب مع المساحة  $(BDEF)$ ، وبالتكامل يتضح أن انخفاض درجة الحرارة  $(D\theta)$  في الفترة  $(QR)$  يتناسب مع المساحة  $(A_2)$ ، كذلك فإن انخفاض درجة الحرارة  $(\delta\theta)$  في الفترة  $(OQ)$  يتناسب مع المساحة  $(A_1)$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{dq}{\Delta q}$$

$$dq = \Delta q \frac{A_1}{A_2} \quad (6.17)$$



الشكل (6.8)